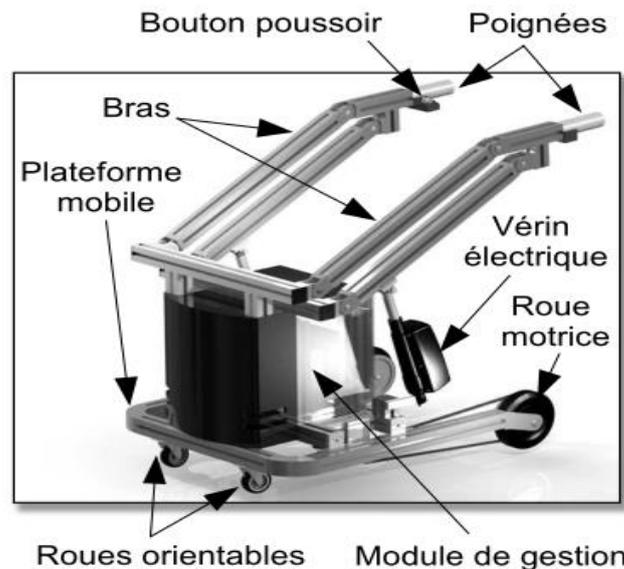
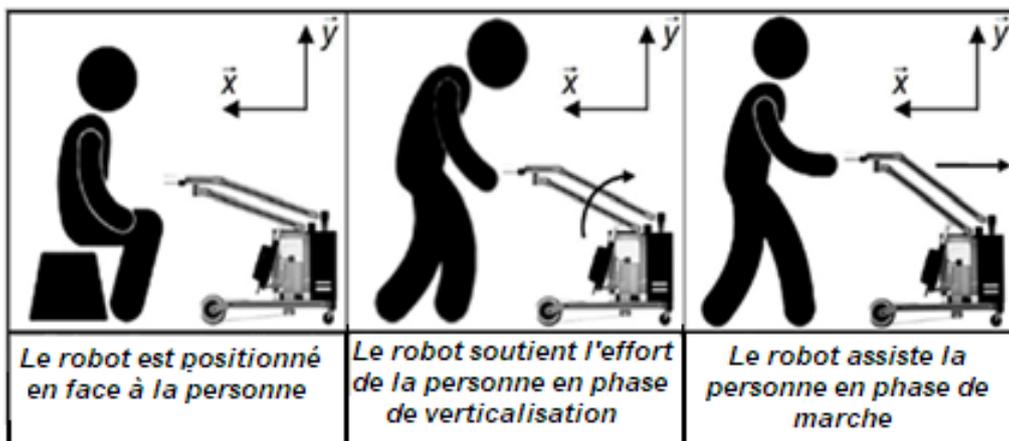


Robot d'assistance aux personnes à mobilité réduite

Le système étudié est un robot d'assistance aux personnes âgées ou à mobilité restreinte. Il permet de soutenir une personne assise à se lever, marcher et s'asseoir. Il est alimenté par des batteries Lithium rechargeables assurant un mouvement asservi des bras grâce à des vérins électriques. Le déplacement est assuré par des moteurs synchrones Brushless.



L'électronique embarquée associée aux différents actionneurs permet un réglage facile des positions des bras ainsi que de la vitesse de déplacement.



L'étude est répartie en quatre parties indépendantes A, B, C et D en plus d'un exercice préliminaire noté 4 points sur vingt. **Il est vivement conseillé de commencer par cet exercice et mentionner en fin de résolution « fin de l'exercice préliminaire ».**

Exercice préliminaire Noté 4 points sur 20.

Soit le schéma ci-dessous :

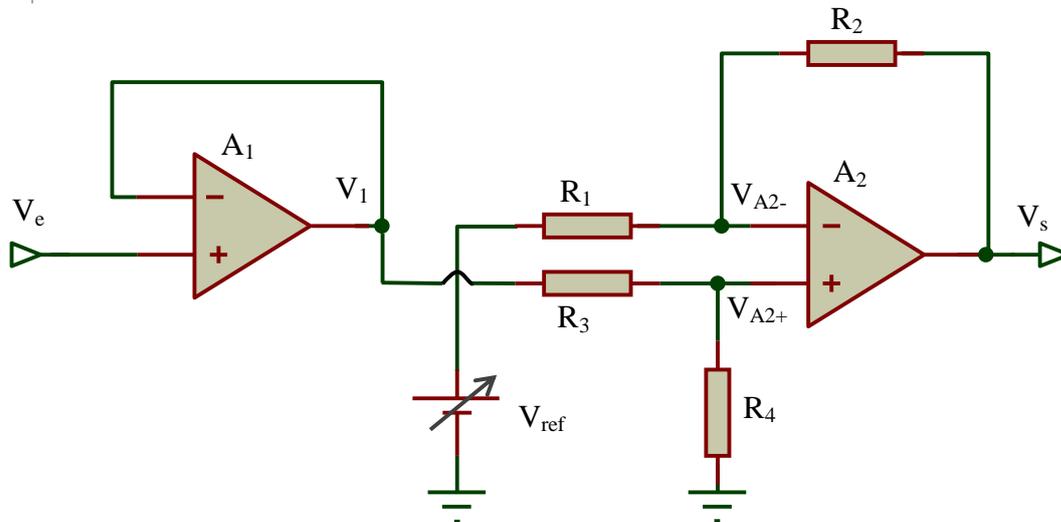


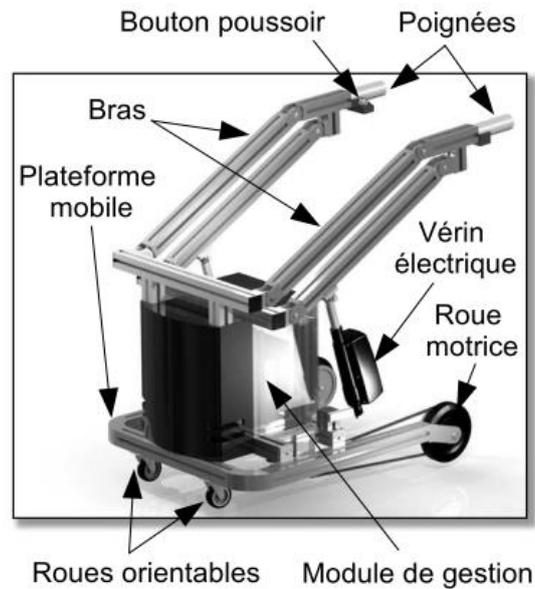
Figure 1

Les amplificateurs opérationnels utilisés sont supposés parfaits et sont alimentés entre $+V_{cc}$ et $-V_{cc}$.

- P1.** L'amplificateur opérationnel A_1 fonctionne-t-il en régime linéaire ou en commutation ? pourquoi ?
- P2.** Exprimer la tension V_1 en fonction de V_e .
- P3.** Quel est le rôle de ce montage ?
- P4.** Pourquoi l'amplificateur opérationnel A_2 fonctionne-t-il en régime linéaire ?
- P5.** Exprimer V_{A2+} en fonction de V_1 , R_3 et R_4 .
- P6.** Exprimer V_{A2-} en fonction de V_{ref} , V_s , R_1 et R_2 .
- P7.** En déduire V_s en fonction de V_1 , V_{ref} , R_1 , R_2 , R_3 et R_4 .
- P8.** Quelle est la fonction réalisée par ce montage construit autour de A_2 ?
- P9.** Exprimer V_s en fonction de V_e , V_{ref} , R_1 , R_2 , R_3 et R_4 .
- P10.** Que doit être la relation entre R_1 , R_2 , R_3 et R_4 pour avoir : $V_s = 10V_e - 10V_{ref}$.

Partie A : Etude de l'alimentation des vérins de positionnement des bras

Pour assurer le positionnement des bras deux vérins électriques (Référence LINAK LA20) sont utilisés. Ces vérins sont asservis en position et en vitesse pour répondre aux exigences du cahier des charges sur la précision de position et le décalage entre les deux poignées.



Le synoptique de la motorisation de chaque bras est donné sur la **figure 2** suivante.

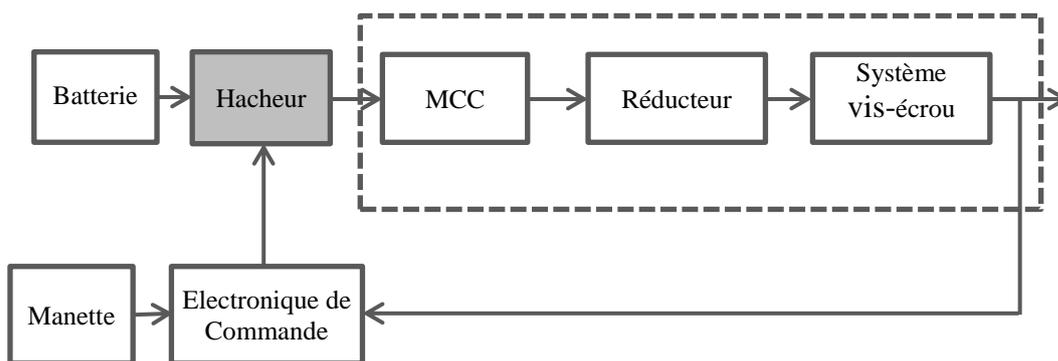


Figure 2 : synoptique de la motorisation des bras du robot

Afin de faire varier la tension aux bornes du moteur à courant continu, à partir de la tension issue de la batterie, nous utilisons un convertisseur continu – continu (schéma représenté sur la **figure 3**).

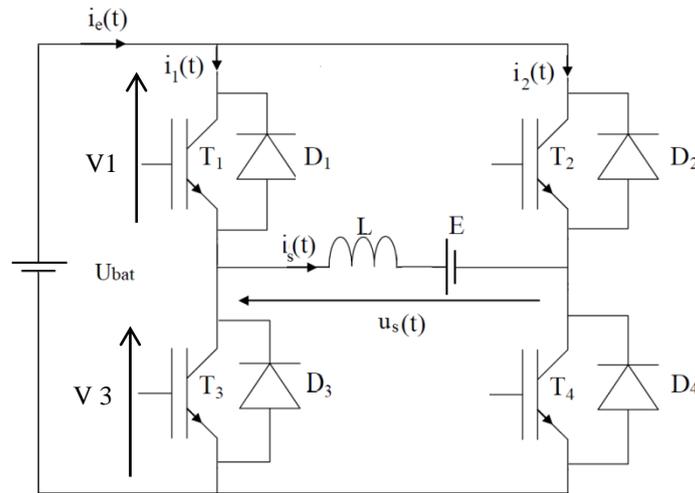


Figure 3 : Hacheur 4 quadrants

Dans ce convertisseur, les interrupteurs sont alternativement commandés à la fermeture et à l'ouverture sur une période de découpage (T). T_1 et T_4 sont commandés à la fermeture pendant une partie de la période (αT) pendant que T_2 et T_3 sont commandés à l'ouverture. Sur l'autre partie de la période de découpage $(1-\alpha)T$, ce sont T_2 et T_3 qui sont commandés à la fermeture et T_1 et T_4 à l'ouverture.

- Les transistors T_1 , T_2 , T_3 et T_4 ainsi que les diodes D_1 , D_2 , D_3 et D_4 sont supposés parfaits.
- On suppose que la conduction est continue et que le courant varie entre deux valeurs positives I_{\min} et I_{\max} .
- La résistance de l'induit est négligeable (Moteur équivalent à sa force contre électromotrice E et à son inductance L).

Q1. Justifier par l'utilisation des règles d'interconnexion des sources d'énergie, la complémentarité des commandes de T_1 et T_3 ?

Q2. Pour t dans $[0, \alpha T]$, écrire l'équation différentielle régissant le circuit et en déduire l'expression de $i_s(t)$ en fonction de U_{bat} , E , L , t et I_{\min} .

Q3. Compléter pour cet intervalle de fonctionnement les chronogrammes de la **figure 10** (*Document-réponse page 11*).

Q4. Pour t appartenant à $[\alpha T, T]$, écrire l'équation différentielle régissant le circuit et en déduire l'expression de $i_s(t)$ en fonction de U_{bat} , E , L , t , T , α et I_{\max} .

Q5. Compléter pour cet intervalle de fonctionnement les chronogrammes de la **figure 10** (*Document-réponse page 11*).

Q6. Donner l'expression de la valeur moyenne de $u_s(t)$ notée U_{smoy} . En déduire la relation entre E et U_{bat} .

Q7. Discuter le signe de E en fonction de α . Conclure sur le sens de transfert de la puissance et sur la réversibilité du hacheur.

Partie B : Etude du moteur de déplacement du déambulateur

Le déplacement du robot est en réalité assuré par un moteur triphasé **B4240-24** à commande rectangulaire, mais pour des raisons de simplification, on suppose dans cette partie qu'il s'agit d'un **moteur synchrone triphasé** à aimants permanents alimenté par un système de tensions triphasé équilibré.

En régime permanent, le moteur synchrone est alors modélisé par le modèle de Behn Eschenburg représentant une phase (**Figure 4**) :

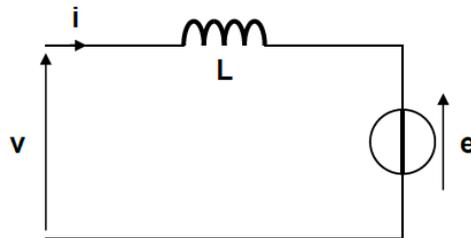


Figure 4 : schéma modélisant une phase du moteur synchrone

On note :

V : Valeur efficace de la tension statorique simple ;

I : Valeur efficace du courant statorique ;

Ω : Vitesse de rotation du moteur en (**rad/s**) ;

φ : Déphasage entre le courant i_i et la tension v_i pour la i ème phase ;

ψ : Déphasage entre la f.e.m. e_i et le courant i_i ;

$p = 4$: nombre de paires de pôles ;

$L = 2,1 \text{ mH}$ l'inductance cyclique ;

R résistance d'une phase (supposée négligeable).

$K = 0,0234 \text{ V.s/rad}$: constante de la fem, on rappelle $E = K\Omega$ (avec E valeur efficace de e) ;

On néglige également les pertes fer et les pertes mécaniques.

Q8. Calculer la pulsation ω et la fréquence f des grandeurs statoriques si la machine tourne à 3600 tr/min.

Q9. Pour un angle ψ quelconque, tracer le diagramme vectoriel en fonctionnement moteur.

On prendra la tension e comme origine des phases.

Q10. Exprimer la puissance absorbée par le moteur en fonction de V , I et φ ; puis en fonction de E , I et ψ .

Q11. Montrer que le couple électromagnétique du moteur peut se mettre sous la forme

$$C = K_C \cdot I \cdot \cos \psi. \text{ Déterminer } K_C.$$

Q12. Pour un couple électromagnétique et une vitesse donnés, quel angle d'autopilotage ψ permet de minimiser les courants dans les bobines du moteur ?

Q13. Pour le fonctionnement moteur et pour $n = 4\,000$ tr/min et $I = 2$ A, déterminer :

- la tension simple efficace V ,
- le couple C .

Partie C: Calcul des pertes et dimensionnement thermique des transistors

Le schéma du moteur avec l'onduleur est construit avec des transistors MOSFET **IRFZ14** (figure 5).

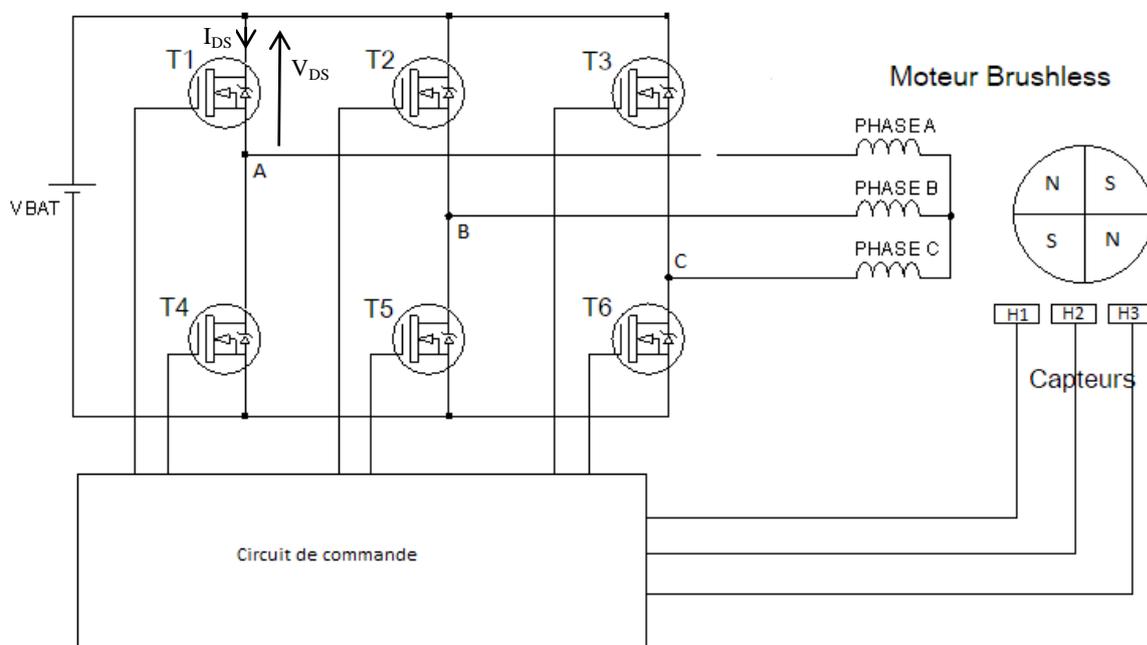


Figure 5 : schéma de l'onduleur triphasé avec le moteur synchrone

Dans cette partie, on s'intéresse au calcul des pertes dans le transistor T1 de référence **IRFZ14** dont le document constructeur est donné en annexe (*Annexe 1 page 12*). Pour déterminer ces pertes, on peut calculer les pertes par conduction et par commutation.

Les relevés du courant et de la tension pour le cas échéant sont effectués sur le montage. Mais pour des raisons de simplifications des calculs, on utilise les courbes données dans **la fig 6** :

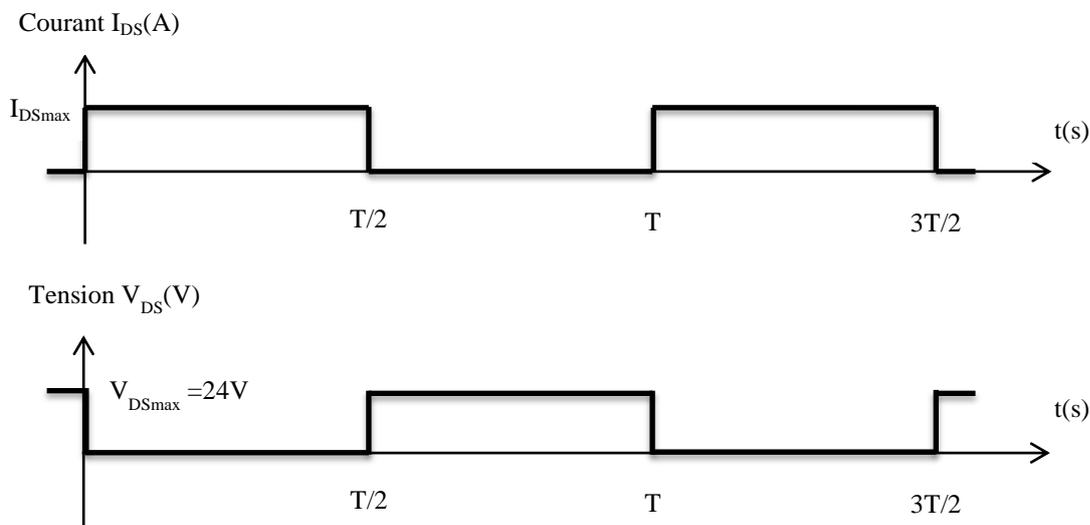


Figure 6 : Courant et tension dans le transistor T1 de l'onduleur

On rappelle que les pertes en conduction sont calculées par l'expression : $P_{cond} = R_{DS} \cdot I_{DSeff}^2$

Q14. Exprimer P_{cond} en fonction de I_{DSmax} .

Q15. Faites l'application numérique pour $I_{DSmax} = 2A$ (courant nominal du moteur).

Q16. Calculer la puissance totale dissipée par le transistor P_{tot} en supposant que les pertes par commutations sont égales à celles par conduction.

Q17. Sachant que la température ambiante maximale est $T_A = 40^\circ C$, Calculer P_D la puissance maximale dissipable par le transistor sans radiateur.

On rappelle la loi d'Ohm thermique : $T_j - T_A = R_{th_{jA}} \cdot P_D$

Q18. Conclure sur la nécessité de monter un dissipateur thermique sur le transistor.

Partie D. Asservissement de la vitesse de déplacement du Robot

Dans cette partie du sujet, on s'intéresse au déplacement du robot vers l'avant sur un sol horizontal. Dans ce cas, le cahier des charges spécifie deux niveaux de vitesses : $V_{RobotMin} = 0,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ($1,8 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$) et $V_{RobotMax} = 1\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ($3,6 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$). Cette vitesse doit être indépendante de la variation de la charge.

La poignée droite du robot déambulateur est équipée d'un bouton poussoir à bascule qui commande le déplacement en marche avant et arrière, ainsi que la rotation vers la gauche et la droite. L'appui sur le bouton se fait sur deux niveaux :

- 1^{er} niveau : se déplacer ou tourner à vitesse lente $V=V_{\text{RobotMin}}$;
- 2^{ème} niveau : se déplacer ou tourner à vitesse rapide $V=V_{\text{RobotMax}}$.

La figure 7 présente les principaux constituants de la chaîne fonctionnelle étudiée.

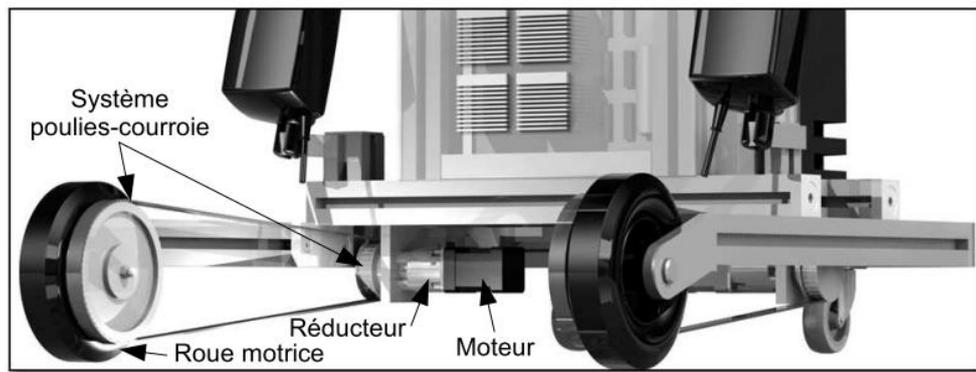


Figure 7 : Chaîne gauche de l'entraînement du robot

On admettra que l'autopilotage du moteur brushless (B4240-24) conduit du point de vue comportemental à un modèle équivalent à celui d'un moteur à courant continu (MCC).

Les équations du modèle équivalent sont *rappelées ci-dessous*.

Notations :

- $J_{\text{eq}} = 0.25 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$: moment d'inertie de toutes les parties en mouvement, majoré et ramené à l'arbre du moteur.
- $\Omega_m(t)$: vitesse de rotation du moteur, exprimée en rad/s. (vitesse nominale = 4000 tr/min).
- $C_m(t)$: couple moteur.
- $U_m(t)$: tension aux bornes du moteur
- $e(t)$: force contre électromotrice.
- $i(t)$: intensité du courant d'induit
- C_{req} : couple résistant équivalent à la résistance au roulement ramené sur l'arbre moteur. ($C_{\text{req}} = 27.5 \text{ mN.m}$)
- $K_E = 0.0234 \text{ V.s/rad}$: constante de la f.e.m. ;
- $K_T = 0.0355 \text{ N.m/A}$: constante du couple ;
- $R = 1.5 \text{ } \Omega$: résistance d'induit.
- $L = 2.1 \text{ mH}$: inductance d'induit.

Les transformés de Laplace sont notées en majuscule

Equations :

Equation électrique : $U_m(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t);$

Equation mécanique : $J_{eq} \frac{d\Omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - C_{req}(t);$

Equation électromécanique 1: $e(t) = K_E \Omega_m(t) ;$

Equation électromécanique 2 : $C_m(t) = K_T i(t)$

Hypothèses :

- il y a roulement sans glissement au contact des roues motrices sur le sol ;
- l'utilisateur exerce un effort purement vertical de 60 N sur chacune des poignées ;
- la résistance au roulement des roues sur le sol induit un effort résistant de 25 N ;
- le diamètre des deux roues motrices est $D_{roue} = 150 \text{ mm}$;
- les ensembles {réducteur + dispositif poulies-courroie} ont un rapport de réduction :

$$r = \frac{\Omega_{roue}}{\Omega_{moteur}} = \frac{1}{38.59}$$

Le moteur est représenté par le schéma-blocs suivant :

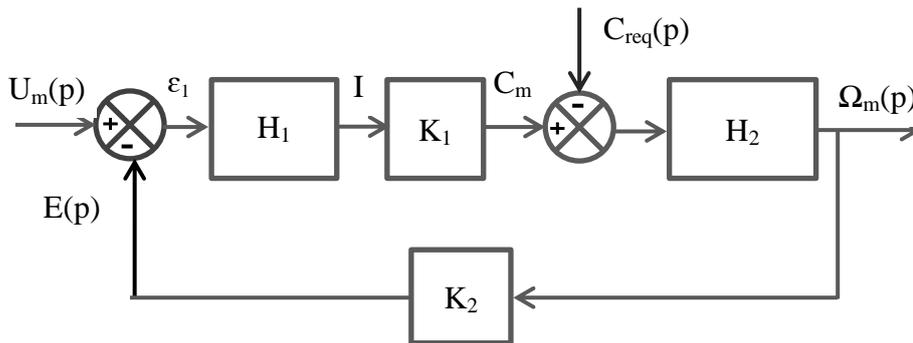


Figure 8 : Schéma-bloc modélisant le moteur d’entraînement du robot

Q19. Ecrire les quatre équations du moteur dans le domaine de Laplace.

Q20. A partir des données et des équations du modèle équivalent, donner les expressions littérales des transmittances H_1 , K_1 , H_2 et K_2 ?

Q21. En déduire l’expression de Ω_m en fonction de U_m et C_{req} et mettre le résultat sous la forme :

$$\Omega_m = H_a \cdot U_m + H_b \cdot C_{req}$$

Q22. Montrer qu’en régime permanent ($t \rightarrow \infty$) on peut écrire :

$$\Omega_m = \frac{U_m}{K_E} - \frac{R}{K_E K_T} C_{req}$$

Q23. Le système est-il insensible aux perturbations (variations de la charge)?

Q24. Que doit-être la valeur de U_m pour avoir $\Omega_m = 514,53 \text{ rad/s}$? (équivalent à $V=1 \text{ m/s}$)

Q25. Que doit-être la valeur de U_m pour avoir $\Omega_m = 257,27 \text{ rad/s}$? (équivalent à $V=0.5 \text{ m/s}$)

Pour améliorer les performances du système, on introduit alors un asservissement de vitesse qu'on peut modéliser par le schéma-bloc de la **figure 9**.

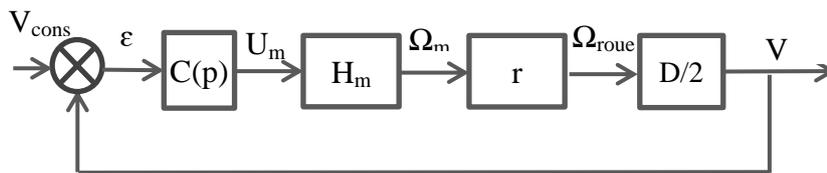


Figure 9 : Schéma-bloc de la chaîne d'entraînement du robot

Dans ce schéma :

- Pour la suite on adopte la fonction de transfert du moteur H_m du moteur

$$H_m(P) = \frac{K_m}{(1 + \tau_1 P)(1 + \tau_2 P)}$$

Avec : $k_m = 28 \text{ rad.s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$; $\tau_1 = 1.4 \text{ ms}$ et $\tau_2 = 0.29 \text{ s}$

- $C(P) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i P}\right)$ désigne la fonction de transfert du correcteur proportionnel intégral.

Q26. Montrer sans calcul que ce correcteur annule l'erreur statique (2 lignes maximum)

Q27. On choisit T_i égale à la constante de temps dominante τ_2 . Déterminer la nouvelle

fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(P) = V(P)/V_{cons}(P)$.

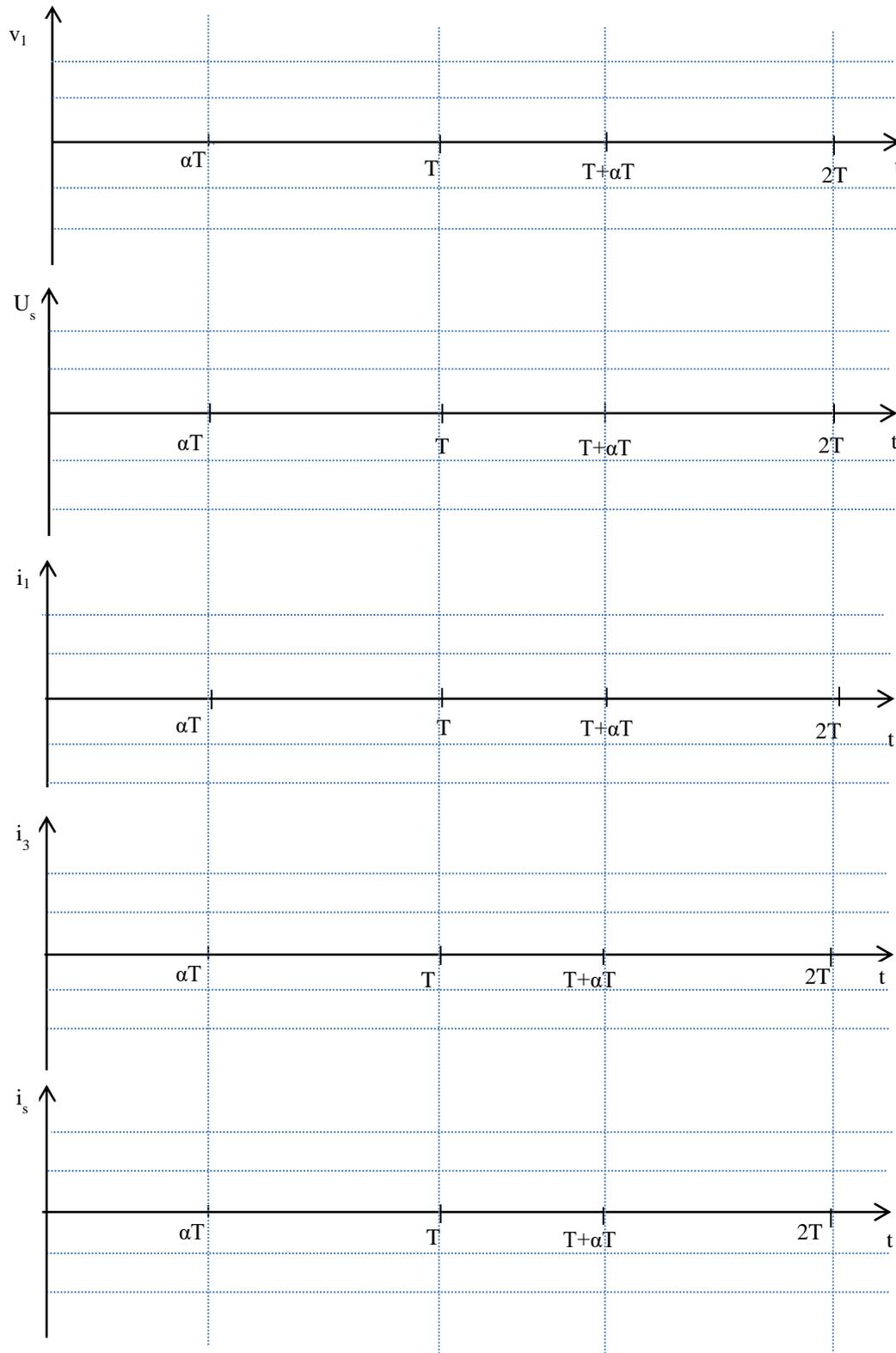
Et mettre le résultat sous la forme : $H_{BO}(P) = K_c \cdot R(P)$

Q28. Le diagramme de Bode $R(P)$ est donné sur le **Document annexe 2 page 13**.

Déterminer la valeur du correcteur proportionnel K_c pour que le système ait une marge de phase de 45° .

Ne rien écrire dans ce cadre

Document-Réponse 1. (Figure 10 : Chronogramme)



Annexe 1 : Document constructeur du transistor T1



IRFZ14, SiHFZ14

Vishay Siliconix

Power MOSFET

PRODUCT SUMMARY	
V _{DS} (V)	60
R _{DS(on)} (Ω)	V _{GS} = 10 V 0.20
Q _g (Max.) (nC)	11
Q _{gs} (nC)	3.1
Q _{gd} (nC)	5.8
Configuration	Single

FEATURES

- Dynamic dV/dt Rating
- 175 °C Operating Temperature
- Fast Switching
- Ease of Paralleling
- Simple Drive Requirements
- Compliant to RoHS Directive 2002/95/EC

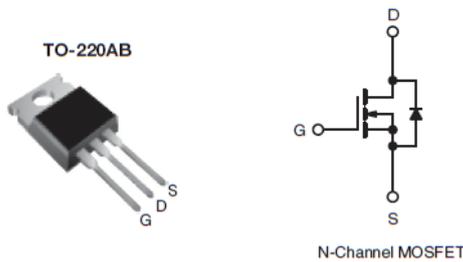


RoHS* COMPLIANT

DESCRIPTION

Third generation Power MOSFETs from Vishay provide the designer with the best combination of fast switching, ruggedized device design, low on-resistance and cost-effectiveness.

The TO-220AB package is universally preferred for all commercial-industrial applications at power dissipation levels to approximately 50 W. The low thermal resistance and low package cost of the TO-220AB contribute to its wide acceptance throughout the industry.



ABSOLUTE MAXIMUM RATINGS (T _C = 25 °C, unless otherwise noted)				
PARAMETER		SYMBOL	LIMIT	UNIT
Drain-Source Voltage ^f		V _{DS}	60	V
Gate-Source Voltage ^f		V _{GS}	± 20	
Continuous Drain Current	V _{GS} at 10 V	I _D	T _C = 25 °C	10
			T _C = 100 °C	7.2
Pulsed Drain Current ^a		I _{DM}	40	A
Linear Derating Factor			0.29	W/°C
Single Pulse Avalanche Energy ^b		E _{AS}	47	mJ
Maximum Power Dissipation	T _C = 25 °C	P _D	43	W
Peak Diode Recovery dV/dt ^c		dV/dt	4.5	V/ns
Operating Junction and Storage Temperature Range		T _J , T _{stg}	- 55 to + 175	°C
Soldering Recommendations (Peak Temperature)	for 10 s		300 ^d	
Mounting Torque	6-32 or M3 screw		10	lbf · in
			1.1	N · m

THERMAL RESISTANCE RATINGS				
PARAMETER	SYMBOL	TYP.	MAX.	UNIT
Maximum Junction-to-Ambient	R _{thJA}	-	62	°C/W
Case-to-Sink, Flat, Greased Surface	R _{thCS}	0.50	-	
Maximum Junction-to-Case (Drain)	R _{thJC}	-	3.5	

Notes

- Repetitive rating; pulse width limited by maximum junction temperature (see fig. 11).
- V_{DD} = 25 V; starting T_J = 25 °C, L = 1.47 mH, R_g = 25 Ω, I_{AS} = 8 A (see fig. 12).
- I_{SD} ≤ 10 A, dI/dt ≤ 90 A/μs, V_{DD} ≤ V_{DS}, T_J ≤ 175 °C.
- 1.6 mm from case.

* Pb containing terminations are not RoHS compliant, exemptions may apply

Annexe 2 : Diagrammes de Bode de R(P)

